Etude de faisabilité d'une reconnaissance automatique de motifs céramiques archéologiques par analyse d'images 2D et 3D Automatic pattern recognition on archaeological ceramic by 2D and 3D image analysis : A feasibility study

JANVIER Romain¹ DEBROUTELLE Teddy¹ CHETOUANI Aladine¹ TR JESSET Sébastien² EXBRAYAT Matthieu³ MARTIN Lionel³

TREUILLET Sylvie¹

¹ Laboratoire PRISME, Université d'Orléans, 12 rue de Blois, F-45067 Orléans cedex 2 ² Service Archéologique Municipal d'Orléans, 13 bis rue de la Tour Neuve, 45000 Orléans ³LIFO, Université d'Orléans, Bâtiment IIIA, rue Léonard de Vinci, B.P. 6759, F-45067 Orléans cedex 2

E-mail : teddy.debroutelle@univ-orleans.fr

Résumé

Le projet ARCADIA vise à développer des méthodes automatiques d'analyse d'images et d'apprentissage pour faciliter l'interprétation et la mise en valeur d'un patrimoine céramique archéologique. L'objectif est de mettre en place une chaîne de numérisation 3D des tessons découverts pour en extraire le décor gravé par les potiers à la molette. La caractérisation du motif en creux à partir d'une empreinte binaire issue du traitement de l'image 3D permet ensuite la classification automatique de ces ornementations. On propose ici une étude de faisabilité en confrontant les classifications automatiques issues des encrages manuels effectués par l'archéologue et celles issues des numérisations 3D d'un même corpus de tessons.

Mots Clés

3D, reconnaissance de forme, classification, céramique archéologique, décor à la molette

Abstract

The ARCADIA project aims at developing automatic image analysis and machine learning methods to facilitate the interpretation and valorization of an archaeological ceramic heritage. It consists in implementing a 3D digitalization chain of the discovered tessels to extract the decoration imprinted by the potters using a carved wood wheel. The characterization of the hollow pattern from a binary imprint processed from the 3D image allows then the automatic classification of these patterns. We propose here a feasibility study by comparing the results of automatic classifications from the manual inkings made by archaeologists and those from 3D digitalizations of the same corpus of tessels.

Keywords

3D, pattern recognition, classification, archaeological ceramic heritage, carved wood wheel decoration

1 Introduction

Depuis 1994, plusieurs campagnes de fouilles archéologiques ont permis de mettre à jour de nombreux fours et d'extraire un matériel céramique très important montrant une production de masse sur la commune de Saran (Loiret) au cours du haut Moyen Âge (VIe-XIe siècles). La plupart des tessons céramiques font apparaître un décor en relief réalisé à la molette, un procédé plutôt répandu durant l'antiquité tardive [1]. La molette du potier est un cylindre (ici en bois), entaillé de motifs géométriques et destiné à la décoration répétée de séries de céramiques (Figure 1).



Figure 1 : Molette et tesson

L'enlèvement de matière réalisé par le passage du cylindre sur la terre crue dégage un motif en creux sur le vase propre à chaque potier. L'analyse des décors permet à l'archéologue de préciser la chronologie des répertoires céramiques et d'établir la carte de diffusion des productions. Une roulette se dégradant très rapidement, sa durée d'utilisation est relativement courte et permet ainsi une datation des productions. Une même matrice retrouvée sur plusieurs vases de formes différentes permet d'associer ces vases à un même atelier voir à un même artisan. Lors d'une première étude portant sur 935 tessons, l'archéologue s'est appuyé sur un relevé d'empreinte manuel et une appréciation visuelle pour distinguer 104 roulettes ou matrices de référence différentes [2]. La technique adoptée se décompose en trois étapes : moulage avec une pâte à modeler, encrage pour obtenir le négatif du décor restitué ensuite sur une feuille, puis scan et vectorisation du motif qui fait l'objet d'un enregistrement informatique dans une base de données (mesures, type et nombres de motifs portés par le décor).



Figure 2 : Etapes du procédé d'encrage manuel

Le rapprochement d'un décor à une matrice de référence a été fait à l'œil après une première discrimination informatique (recherche sur les mesures et la distribution du décor). Si cette méthode d'analyse manuelle a fait ses preuves, elle atteint ses limites face à l'augmentation du corpus dégagé lors des dernières fouilles entre 2009 et 2012 qui atteint près de 38000 tessons. Le nombre important de tessons décorés exige la mise au point d'une méthode d'analyse rapide et exhaustive, passant par des techniques d'acquisition automatique et l'élaboration de descripteurs numériques du décor pour proposer une classification rigoureuse et systématique. Ce travail doit s'inspirer du savoir-faire de l'archéologue.

Dans le cadre du projet ARCADIA (Automatic Recognition of Ceramics Achieved by Digital Image Analysis) financé par la région Centre, nous proposons de développer des méthodes automatiques d'analyse d'images et d'apprentissage faiblement supervisées pour faciliter l'interprétation archéologique de ce patrimoine céramique. Cet article présente une étude de faisabilité sur la classification automatique des décors gravés à la molette trouvés sur le site de Saran. Nous confrontons les classifications automatiques issues des encrages manuels effectués par l'archéologue et celles issues des numérisations 3D d'un même corpus de tessons.

La section suivante fait un état de l'art des travaux relatifs. Le jeu de données utilisé est présenté en section

3. La section 4 décrit les étapes de la méthode proposée pour la numérisation 3D des tessons, l'extraction et la caractérisation du décor. Enfin, la classification automatique et les résultats expérimentaux sont délivrés en sections 5 et 6.

2 Travaux relatifs

Plusieurs travaux publiés visent à automatiser le classement des céramiques, soit par leur forme ou morphologie [3-5], soit par leur composition [6-11] ou encore par la présence de décors [12]. L'analyse de forme s'appuie en général sur un modèle idéal de surface de révolution pour extraire un axe et un profil, utilisés ensuite pour apparier les tessons, allant parfois jusqu'à proposer un assemblage automatique [3]. Cependant la détermination d'un couple axe/profil reste très délicate sur les tessons de faible dimension, présentant peu de courbure ou des asymétries, phénomène courant dans les productions artisanales. La caractérisation des matériaux sur les surfaces intérieure, extérieure ou tranche des céramiques a également fait l'objet d'études par la couleur [6], la texture [7] ou en associant une information infrarouge et hyperspectrale [8]. Ces travaux se bornent à montrer le potentiel de l'imagerie pour la caractérisation minéralogique sans résultats tangibles sur le plan typologique. Le classement automatique est abordé par la texture [9] ou l'association couleur-texture [10,11]. Cependant ces études restent critiques sur l'échantillonnage mis en jeu et peu concluantes sur la faisabilité, car elles mélangent parfois les engobes décoratifs et les caractéristiques de la pâte elle-même. Il n'existe à première vue que très peu d'études se focalisant sur le classement automatique des céramiques par des décors. Notre recherche bibliographique a pointé une étude pour la reconnaissance de motifs complexes à partir d'une bibliothèque de forme simples en appliquant des déformations [12]. Le caractère protéiforme des décors sur les céramiques, fait que, même si l'analyse d'images de ces motifs avait été plus largement traitée, les méthodes qui en découleraient ne seraient pas forcément les plus adaptées aux céramiques de Saran.

Par contre, en généralisant la problématique au classement d'objets fabriqués en série à l'aide d'une matrice, les céramiques de Saran peuvent être rapprochées à d'autres types de mobiliers archéologiques, comme les monnaies anciennes sur lesquelles la littérature est plus abondante [13-15]. Ces travaux exploitent des descripteurs locaux ou des approches de type "sac-de-mots" pour caractériser ces objets métalliques. Comme dans le cas des céramiques de Saran, ils peuvent présenter une forte variabilité intraclasse, mais contrairement aux tessons de céramiques, ces monnaies sont généralement non fragmentaires et présentent des motifs faiblement répétitifs.

3 Jeux de données

Le corpus ciblé par la campagne de numérisation est constitué par les décors issus des fouilles qui ont eu lieu dans les années 1970 sur le site de la Médecinerie et traités manuellement par l'archéologue Sébastien Jesset [2]. Au total, 957 décors ont été numérisés. Les types les plus fréquents sont illustrés en Figure 3. Les molettes de Saran sont à décors géométriques, constitués d'une répétition de formes simples sur 1,5 cm à 3 cm de hauteur. Généralement, une seule forme est répétée. Mais il existe aussi des décors composés de plusieurs formes, même si ces derniers sont plus faiblement représentés.

Pour cette étude de faisabilité, on souhaite confronter deux jeux de données : les images binaires issues des encrages manuels effectués par l'archéologue (selon les étapes illustrées dans la Figure 2), et les numérisations 3D des tessons correspondants. Un corpus de 377 décors a été soumis aux tests, avec la répartition donnée dans le Tableau 1.



4 Méthode proposée

L'objectif est de proposer une chaîne de numérisation des tessons pour extraire et caractériser les décors à partir des scans 3D. Les étapes de la chaîne de traitements sont les suivantes :

- Numérisation 3D du tesson
- Entre stien at some station d
- Extraction et caractérisation du décor
- Classification

4.1 Numérisation 3D

Le scanner utilisé est le 3D Scanner HD de la société NextEngine. La précision est de 0.127 mm. Les fichiers obtenus après la numérisation sont constitués d'un fichier contenant les informations des points 3D et d'une image RGB (Figure 4). Le logiciel du scanner ScanStudio HD ne permet pas d'obtenir une structure organisée des données sous forme matricielle. Les points du maillage sont rangés successivement dans un vecteur et sont définis par un triplé de coordonnées (x.v.z) ainsi que les informations RGB du pixel. Dans cette configuration, la recherche des voisins d'un point se fait à l'aide d'une sphère (soit dans un rayon donné, soit incluant un nombre déterminé de plus proches voisins) ou grâce aux informations de connectivités apportées par le maillage. Préalablement à cette recherche de voisins, les points sont indexés dans une structure de données de partition de l'espace (d'arbres kd [16] ou d'octree [17]) qui permet d'accélérer le processus en évitant de parcourir tout le tableau de points à chaque requête.



Figure 4 : Numérisation des tessons

4.2 Extraction du motif

Pour extraire le motif sur les scans 3D des tessons, nous nous sommes inspirés d'une étude menée par le laboratoire LAM de l'IUT de Troyes sur des scans 3D d'anciens tampons [18]. L'idée est d'obtenir une image de profondeur à partir du nuage de points 3D issus de la numérisation en appliquant la méthode de l'UV Mapping. A partir du nuage de points 3D organisé, la coordonnée z permet d'obtenir une image de profondeur du tesson (Figure 5). L'image est ensuite binarisée (Figure 6), pour supprimer les artéfacts dus à la numérisation par un filtrage morphologique (dilatation et érosion). On soustrait ce masque binaire à l'image de profondeur suivi d'une normalisation (Figure 7).

Pour s'approcher des images binaires de référence issues de l'encrage manuel de l'archéologue, on crée un encrage numérique binaire en seuillant l'image de profondeur. On applique l'algorithme de Niblack [19] pour calculer un seuil local de binarisation en faisant glisser une fenêtre sur l'image en niveaux de gris (Figure 8). Le calcul du seuil est basé sur la moyenne et les écarts type locaux des niveaux de gris estimés sur la fenêtre :

$$S(i,j) = \mu + k\sigma \tag{1}$$

avec :

S(i, j), le seuil à appliquer au point (i, j),

 $\mu,$ la valeur moyenne des niveaux de gris dans la fenêtre considérée,

 σ , l'écart type dans la même fenêtre,

k est une constante fixée à 0.2 [19].



Figure 5 : Image de profondeur obtenue par UV-mapping



Figure 6 : Masque binaire après filtrage morphologique



Figure 7 : Image de profondeur normalisée



Figure 8 : Seuillage de l'image de profondeur par la méthode de Niblack



Figure 9 : Exemples de binarisation réalisée par approche morphologique et seuillage automatique (a) image de profondeurs, (b) après traitements, (c) encrages réalisés manuellement par l'archéologue

Sur la Figure 9, on constate une segmentation imparfaite. Les autres éléments en relief comme les fissures et les imperfections du tesson sont détectés au même titre que le motif. Pour cette étude préliminaire, la zone rectangulaire où se situe le motif a été isolée par une sélection manuelle. A terme, la détection et l'extraction du motif seront réalisées de façon automatique.

5 Caractérisation des décors

Pour nos tests, nous avons comparé des descripteurs classiques et une approche par sac de mots à la fois sur les images binaires des encrages manuels et sur l'image de profondeur du même corpus (tableau 1). Dans les deux cas, l'extraction des descripteurs s'effectue dans une zone d'intérêt rectangulaire encadrant le motif à identifier.

5.1 Filtres de Gabor

Une étude préalable a évalué la pertinence de plusieurs descripteurs sur environ 400 images binaires d'encrages manuels [20] : moments de Hu, Gray Level Co-Occurrence Matrix (GLCM), filtres de Gabor,

covariogramme, LBP, etc. Parmi ces descripteurs, l'outil d'analyse de données multidimensionnelles Explorer3D [21] a révélé que le banc de filtres de Gabor était le plus performant pour séparer les classes. Ce résultat confirme l'intuition première que l'on peut avoir face à ces décors : ce sont des motifs périodiques spatiaux. Le programme qui a servi à générer le banc de filtres est issu de la publication de Zhou et Wei [22]. Il a été modifié au cours de ce travail pour prendre en compte les masques binaires afin de limiter la zone sur laquelle sont calculées les caractéristiques. Les paramètres des filtres sont :

- La taille de la fenêtre : dépendante de la fréquence spatiale et d'un coefficient d'échelle noté μ (0, 1, 2, 3 et 4)
- **v**, l'orientation (0°, 45°, 90° et 135°)
- σ , la variance de la gaussienne (fixée à 1,5 π et 0,75 π).

En variant ces paramètres, on obtient 40 filtres de Gabor. Chaque image sera donc convoluée à 40 reprises, et à chaque fois la moyenne et l'écart type de la valeur en magnitude sont calculées (la magnitude est la racine carrée des sommes des carrés de la réponse réelle et imaginaire du filtre de Gabor). Le descripteur final de chaque image est donc un vecteur de 80 valeurs.

5.2 Sacs de mots visuels

Les « Sacs de mots visuels » (Bag of Visual Words – Abr. BoW [23]) sont une technique issue de la fouille de textes. L'idée est de mesurer la similarité de textes par la fréquence des mots. Cette technique est également très utilisée en vision, les mots sont alors des descripteurs locaux extraits sur les images.

Le descripteur retenu est le descripteur SIFT [24] qui permet une caractérisation locale de la texture. Il n'a pas été utilisé conjointement à son détecteur usuel mais appliquer selon une grille régulière. Cette approche donne de meilleurs résultats dans la plupart des applications de recherche par image.

La grille est paramétrée avec des voisinages de différentes tailles pour s'adapter à la résolution des données:

- pour les encrages binaires, un pas de 6 pixels en x ou y et une taille de baquets de 4, 6, 9 et 13.5 pixels ;
- pour les images de profondeurs de plus faible résolution pour un pas de 4 pixels en x ou y et une taille de baquets de 2, 3, 4, 5 et 6.75 pixels.

L'extraction des descripteurs SIFT sur la grille délivre de 1000 à plusieurs dizaines de milliers de descripteurs par image. Ils sont ensuite regroupés pour former un « vocabulaire visuel » en appliquant un *clustering* par K- MEANS [25]). Pour chaque image, un histogramme des fréquences d'apparition des différents mots du « vocabulaire visuel » est construit, puis normalisé. Cet histogramme est le descripteur global du motif.

Pour fixer le paramètre K du *clustering*, plusieurs tests ont montré qu'un vocabulaire de 150 mots pour les images de profondeur et 500 mots pour les encrages binaires donnaient les meilleurs résultats.

6 Résultats expérimentaux

La faisabilité d'une classification automatique des décors a été évaluée à la fois sur les images binaires des encrages manuels et sur les images de profondeur du même corpus (tableau 1). Pour faire cette comparaison, on a utilisé la librairie *LIBSVM* [26]. Les techniques d'apprentissages supervisées SVM sont parmi les plus performantes, tout en étant simples à mettre en œuvre, ce qui explique leur succès.

Les descripteurs issus des filtres de Gabor sont normalisés ([-1 1]). Le noyau choisi est le noyau RBF (Radial Basis Function). Les « meilleurs » paramètres de ce noyau sont recherchés à l'aide du script python grid.py fourni avec LIBSVM. Il procède par succession de cinq validations croisées en changeant, à chaque itération, les valeurs de la paire de paramètres du noyau afin de trouver celles qui assurent le meilleur taux de prédiction. Les données sont ensuite séparées aléatoirement entre base d'apprentissage et base de test, en respectant la proportion des différentes classes : 100 tessons pour l'apprentissage et 277 tessons pour les tests. Les tableaux ci-dessous regroupent les matrices de confusion réalisées pour les deux méthodes testées (Gabor et BoW), sur les deux jeux de données (les encrages binaires et les images de profondeurs). Nous présentons ci-dessous les matrices de confusions pour les images obtenues par encrage manuel et celles obtenues par la méthode proposées.

Encrages binaires:



Gabor		Classes Estimées						
		А	В	С	G	Н	L	
	Α	38	5	0	0	4	0	
lasses	В	5	7	1	1	0	3	
	С	0	0	20	3	4	0	
D c	G	0	1	1	32	24	0	

Н	1	1	1	3	102	0
L	7	1	0	0	0	12

BoW		Classes Estimées						
		А	В	С	G	Η	L	
ş	А	46	1	0	0	0	0	
lasses Réelle	В	1	14	0	0	2	0	
	С	1	0	25	1	0	0	
	G	1	0	3	47	7	0	
	Η	0	0	0	1	107	0	
C	L	0	2	2	0	1	15	

Images de profondeur :



Gabor		Classes Estimées						
		А	В	С	G	Н	L	
S	А	25	0	5	7	10	0	
lasses Réelle	В	4	8	1	0	3	1	
	С	1	0	11	1	14	0	
	G	1	6	9	21	20	1	
	Η	2	3	9	8	85	1	
C	L	5	6	1	0	5	3	

BoW		Classes Estimées						
		A	B	C	G	Η	L	
lasses Réelles	A	33	5	1	1	7	0	
	В	5	5	1	3	0	3	
	C	3	1	13	1	9	0	
	G	1	0	1	40	16	0	
	Н	14	2	2	17	73	0	
C	L	11	2	1	1	3	2	

La méthode des BoW est une solution viable sur les empreintes binaires, au même titre que les filtres de Gabor. Cependant, ces résultats très encourageants sont à modérer par la composition de l'échantillonnage qui ne reflète pas toute la complexité des décors à la molette.

En revanche, aucune des solutions ne semble convaincante sur les images de profondeur. Cela est dû au manque de résolution des images de profondeur, à la courbure du tesson et au bruit de fond dont ne souffrent pas les encrages. De même, les encrages sont tous à la même échelle, ce qui n'est pas le cas des images de profondeur. Ceci confirme la nécessité d'améliorer le traitement des données 3D issues de la numérisation pour mieux révéler les décors du tesson.

7 Conclusion

Cette étude montre la faisabilité d'une classification automatique des décors à la molette sur le corpus des tessons de Saran étudié. Après numérisation 3D, le traitement des scans permet d'extraire le décor gravé par les potiers sous forme d'une image de profondeur. La caractérisation du motif en creux à partir d'une empreinte binaire permet ensuite la classification automatique de ces ornementations. Les travaux futurs prendront en considération un corpus beaucoup plus étendu et viseront à améliorer l'extraction du motif à partir des scans 3D, un préalable incontournable pour assurer une caractérisation robuste des motifs. On a pu en effet constater l'insuffisance d'une méthode de seuillage pour segmenter les motifs sur les images de profondeur brutes issues du nuage de point. Afin de réaliser la détection et l'extraction du motif de façon automatique, la courbure du tesson doit être compensée dés la formation de l'image de profondeur par un changement de repère pour se placer en vue frontale. L'image de profondeur ainsi corrigée devrait permettre une détection du motif par une analyse locale du relief.

Remerciements

Le projet ARCADIA a reçu le soutien financier de la Région Centre (2014-2016).

Bibliographie

[1] Pastor, Line, Molettes et roulettes de potiers galloromains dans l'est de la Gaule, *Revue archéologique de l'Est*. N° 55, pp. 287-297, 2008

[2] S. Jesset, La diffusion dans l'orléanais des productions de l'atelier d'Orléans-Saran du VIe au IXe siècle, *Mémoire de DEA*, Université de Tours, 1995.

[3] A. Willis, D. Cooper, X. Orriols, Accuately Estimating Sherd 3D Surface Geometry with Application to Pot Reconstruction, *CVPRW 2003*, pp. 7, 2003.

[4] K. Son, E. Almeida, D. Cooper, Axially Symmetric 3D Pots Configuration System Using Axis of Symmetry and Break Curve, *CVPR 2013*, pp. 257-264, 2013.

[5] S. Y. Zheng, R. Y. Huang, J. LI, Z. Wang, Reassembling 3D Thin Fragments of Unknown Geometry in Cultural Heritage, *ISPRS 2014*, Vol. II-5, pp. 393-399, 2014.

[6] M. Kampel, R. Sablatnig, Color Classification of Archaeological Fragments, *ICPR 2000*, pp. 771-774, 2000.

[7] F. Stanco, A. M.Guelo, D. Tanasi, G. Stella, Computer Graphics solutions for Pottery Colors Specification, *CGIV 2013*, pp. 97-101, 2013.

[8] M. Farjas, Rejas, G. Juan, T. Mostaza, J. Zancajo, Deepening in the 3D Modelling: Multisource Analysis of a Polychrome Ceramic Vessel Through the Integration of Thermal and Hyperspectral Information, *Conf. on Computer Applications and Quantitative Methods in Archaeology (CAA)*, pp. 116-124, 2012.

[9] M. Abadi, M. Khoudeir, S. Marchand, Gabor Filter-Based Texture Features to Archaeological Ceramic Materials Characterization, *Image and Signal Processing*, LNCS4370, pp. 333-342, 2012.

[10] P. Smith, D. Bespalov, A. Shokoufandeh, P. Jeppson, Classification of Archaeological Ceramic Fragments Using Texture and Color Descriptors, *CVPRW 2010*, pp. 49-54, 2010.

[11] M. Makridis, P. Daras, Automatic classification of archaeological pottery sherds, *Journal on Computing and Cultural Heritage*, Vol. 5, n° 4, pp. 1-21, 2012.

[12] G. C. Guarnera, F. Stanco, D. Tanasi, G. Gallo, Classification of Decorative Patterns in Kamares Pottery, *Spring Conference on Computer Graphics, Bratislava*, pp. 20-23, 2011.

[13] S. Marchand, IBISA 3D: Image-Base Identification/Search for Archaeology Using a Threedimensional Coin Model, *Conf. on Computer Applications and Quantitative Methods in Archaeology* (*CAA*), 2013.

[14] H. Anwar, S. Zambanini, M. Kample, A Bag of Visual Words Approach for Symbols-Based Coarse-Grained Ancient Coin Classification, *The 37th Annual Workshop AAPR*, 2013.

[15] S. Zambanini, M. Kamplel, Classifying Ancient Coins by Local Feature Matching and Pairwise Geometric Consistency Evaluation, *ICPR 2014*, 2014. [16] J. L. Bentley, Multidimensional binary search trees used for associative searching, *Communications of the ACM*, vol. 18, n° 9, pp 509-517, 1975.

[17] Meagher, Donald, Octree Encoding: A New Technique for the Representation, Manipulation and Display of Arbitrary 3-D Objects by Computer, *Rensselaer Polytechnic Institute*, Technical Report IPL-TR-80-111, 1980.

[18] F.Nicolier, G.Millon, E.Baudrier, Le projet ANITA : Analyse d'Images et de Tampons Anciens, *Maquette Virtuelle et Patrimoine*, 2003.

[19] W.Niblack, An Introduction to Digital Image Processing, *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, 1986.

[20] X. Pan, Caractérisation de motifs céramiques par analyse d'images, *Rapport de stage de 2e année du cycle Ingénieur*, Université d'Orléans, 2012.

[21] M. Exbrayat, L. Martin, Explorer3D, Manuel d'utilisation. Version 1.2, 2013.

[22] M. Zhou, H. WEI, Face Verification Using Gabor Wavelets and AdaBoost, *International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, pp. 404-407, 2006.

[23] L. Fei-Fei, P. Perona, *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)*, pp. 524, 2005.

[24] D. G. Lowe, Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 60, n° 2, pp. 91-110, 2004.

[25] J. B. MacQueen, Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations, *Proceedings* of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press, pp. 281– 297, 1967.

[26] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery, *The Art of Scientific Computing (3rd ed.)*, Section 16.5. Support Vector Machines, 2007.